IIS Moro – Dipartimento di matematica e fisica

Obiettivi minimi per le classi quarte - Matematica

UNITA' DIDATTICA	CONOSCENZE	COMPETENZE	ABILITA'
Coniche e luoghi geometrici	Le coniche Le coniche e i luoghi	Operare con circonferenze, parabole, ellissi, e iperboli di equazione generica nel piano dal punto di vista della geometria analitica Tradurre dal linguaggio naturale al linguaggio algebrico e viceversa Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi	Determinare le equazioni di luoghi geometrici
Funzioni, equazioni e disequazioni esponenziali	L'insieme dei numeri reali e le potenze ad esponente reale La funzione esponenziale Equazioni esponenziali Disequazioni esponenziali	Operare con i concetti e con i metodi delle funzioni elementari dell'analisi e dei modelli matematici Individuare le principali proprietà di una funzione Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi	Applicare le proprietà delle potenze a esponente reale Rappresentare il grafico di funzioni esponenziali Trasformare geometricamente il grafico di una funzione Risolvere equazioni e disequazioni esponenziali
Funzioni, equazioni e disequazioni logaritmiche	La funzione logaritmica Proprietà dei logaritmi Equazioni logaritmiche ed equazioni esponenziali risolvibili mediante	Operare con i concetti e con i metodi delle funzioni elementari dell'analisi e dei modelli matematici	Applicare le proprietà dei logaritmi Rappresentare il grafico di funzioni logaritmiche Trasformare geometricamente il grafico di

	logaritmi Disequazioni logaritmiche e disequazioni esponenziali risolvibili mediante logaritmi	Individuare le principali proprietà di una funzione Risolvere equazioni e disequazioni logaritmiche	una funzione Risolvere equazioni e disequazioni logaritmiche
Funzioni goniometriche	Definizione di radiante Definizione di seno, coseno e tangente in un triangolo rettangolo Valori notevoli Definizione di seno, coseno e tangente sulla circonferenza goniometrica. Le funzioni seno, coseno, tangente e le funzioni inverse (arcoseno, arco coseno, arcotangente) Le funzioni goniometriche di angoli particolari Le funzioni goniometriche e le trasformazioni geometriche	Padroneggiare le funzioni goniometriche e calcolarne il valore Operare con i concetti e con i metodi delle funzioni elementari dell'analisi e dei modelli matematici Sviluppare le capacità di rappresentazione grafica.	Saper misurare un angolo in gradi sessagesimali e radianti. Conoscere il significato di seno, coseno e tangente di un angolo sul riferimento polare Rappresentare graficamente le funzioni seno, coseno, tangente e le funzioni trigonometriche inverse. Calcolare le funzioni goniometriche di angoli particolari Determinare le caratteristiche delle funzioni sinusoidali: ampiezza, periodo, pulsazione, sfasamento Rappresentare graficamente funzioni tipo $y = Asen(\omega x + \varphi)$
Formule, equazioni e disequazioni goniometriche	Gli angoli associati Le formule di addizione e sottrazione Le formule di duplicazione Le formule di bisezione Le equazioni goniometriche elementari Le equazioni lineari in seno e coseno Le equazioni omogenee	Operare con i concetti e con i metodi delle funzioni elementari dell'analisi e del calcolo algebrico	Calcolare le funzioni goniometriche di angoli associati Applicare le formule goniometriche Verificare identità Risolvere equazioni goniometriche Risolvere disequazioni goniometriche

	in seno e coseno Le disequazioni goniometriche		
Trigonometria	I teoremi sui triangoli rettangoli L'area di un triangolo Il teorema della corda Il teorema dei seni Il teorema del coseno La risoluzione dei triangoli Applicazione dei teoremi alla geometria Applicazione dei teoremi a contesti della realtà	Operare con gli strumenti di trigonometria per la risoluzione di problemi e la costruzione di modelli Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi	Risolvere triangoli rettangoli Calcolare l'area di un triangolo Conoscere e applicare i teoremi della corda, dei seni e del coseno Risolvere un triangolo qualunque Risolvere problemi mediante i teoremi di trigonometria

RIVEDERE ATTENTAMENTE I NUMEROSI ESERCIZI E PROBLEMI RISOLTI DURANTE L'ANNO E INTEGRARE CON GLI ESERCIZI PROPOSTI DAL TESTO

- EQUAZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

$\sqrt{2^x}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2^{2-x}}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}$ $\qquad$ $\sqrt{3^{2x-1}}\cdot 9^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ $\qquad$ $2^{2x+2}-33\cdot 2^x=-8$

$\frac{1}{2^x+1}+\frac{1}{2^{2x}-1}=-\frac{2}{3}$ $\qquad$ $log_{\frac{1}{2}}(3-x)=-3$ $\qquad$ $log_2(5+\sqrt{x})=3$

$log(5-x)+log\,x=log(x-2)+log\,2$ $\qquad$ $log_2\sqrt{x+1}-log_2\sqrt{x-1}=1$

$log_2^2x+3log_2\sqrt{x}=1$ $\qquad$ $\frac{1}{ln\,x}+\frac{1}{2\,ln\,x-1}=2$ $\qquad$ $log_2(-x)-x-4=0$

- DISEQUAZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

$\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{x}}\leq\frac{4}{5}$ $\qquad$ $2^{x+3}\geq\frac{16}{2^{x-2}}$ $\qquad$ $3^{2x}+4\cdot 3^x+3>0$

$3^x+\left(\frac{1}{3}\right)^x\leq\frac{10}{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{2^{2x}-1}+\frac{1}{2^x-1}>\frac{4}{3}$ $\qquad$ $log_2(x^2-2x)\geq 1$

$log_{\frac{1}{2}}(5-\sqrt{x}) \geq -2$ $\quad$ $log_2 x + log_2(x-2) < 1$ $\quad$ $log_2 x - log_2(x-1) \leq 2$

$log_2\sqrt{x+2} - log_2\sqrt{x} \leq 1$ $\quad$ $log^2 x - 6\, log\, \sqrt{x} > -2$ $\quad$ $\frac{1}{log_2 x} + \frac{1}{2log_2 x - 1} < 2$

$2^x \cdot 3^{x-1} \leq 4^x$ $\quad$ $2^{x+1} - 2^x \leq 2 \cdot 3^x - 3^{x-1}$

- EQUAZIONI E DISEQUAZIONI TRIGONOMETRICHE

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ $\quad$ $\sin x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad$ $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{5} - x\right)$ $\quad$ $3\sin^2 x - 7\sin x + 2 = 0$ $\quad$ $2\tan^2 x - \tan x - 1 = 0$

$\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ $\quad$ $2\cos^2 x - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$ $\quad$ $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2}$

$3\sin x + \cos 2x = 2$ $\quad$ $\sqrt{3}\cos x - \cos 2x = 1$ $\quad$ $\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2 = 0$

$\sin x - 2\cos x - 2 = 0$ $\quad$ $\sin^2 x - 3\sqrt{3}\sin x\cos x + 6\cos^2 x = 0$

$2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x + \cos^2 x = 2$ $\quad$ $2\cos^2 x + 3\sin x \geq 3$ $\quad$ $2\sin^2 x - \sqrt{2}\cos x \geq 0$

$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\frac{2\sin x + \sqrt{2}}{2\cos x + 1} \leq 0$ $\quad$ $\frac{3 - \tan^2 x}{\sin x} > 0$

$(1 - 2\cos x)\sin x < 0$ $\quad$ $\sin x \geq \cos x + 1$ $\quad$ $\sin x + 3\cos x + 1 \leq 0$

- GRAFICI E TRASFORMAZIONI

Rappresentare graficamente le seguenti curve indicando le trasformazioni eseguite:

$y = 1 - log_2(x+1)$ $\quad$ $y = -log_{\frac{1}{2}}(1-x)$ $\quad$ $y = 2^{x-3} - 1$ $\quad$ $y = -3^{-x} - 2$

$y = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\quad$ $y = \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$ $\quad$ $y = -\tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

- PROBLEMI DI TRIGONOMETRIA

1) Si consideri una semicirconferenza di diametro AB e raggio r e il punto C, sul prolungamento di AB dalla parte di B, tale che BC = 3r. Da C condurre la tangente alla semicirconferenza, indicando con T il punto di contatto. Determinare seno, coseno e tangente di $A\hat{C}T$.

2) Nel triangolo rettangolo ABC, sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa BC. Sapendo che $\cos A\hat{B}C = \frac{\sqrt{5}}{5}$ e che CH + AH + BH = 7 cm, determinare l'area del triangolo.
3) Nel triangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa BC misura 6a e il cateto AC misura 4a. Indicato con D il punto di BC tale che CD = 2a, calcolare l'area del triangolo ABD, dopo aver determinato $\sin A\hat{B}C$.
4) Si consideri una circonferenza di diametro AB = 2r e un trapezio isoscele ABCD in essa inscritto. Determinare la misura degli angoli alla base del trapezio in modo che la sua area sia ¼ dell'area del quadrato costruito su una delle due diagonali del trapezio.
5) Nel triangolo ABC, isoscele sulla base AB, siano AB = 2k e $A\hat{B}C = x$. Nel semipiano di origine BC non contenente A, si costruisca il triangolo rettangolo isoscele BCD, di ipotenusa BD. Determinare x in modo che l'area del quadrilatero ABCD sia $8k^2$.
6) Risolvere i seguenti triangoli noti gli elementi indicati:
   I. a = 4, b = 4, c = 5
   II. $c = 2\sqrt{3}$, α = 45°, β = 60°
   III. a = 6, b = 5, β = 30°
7) In un triangolo acutangolo ABC risulta $A\hat{B}C = \frac{\pi}{6}$, AB = a e $B\hat{A}C = x$. Indicata con H la proiezione di C su AB, determinare x in modo che risulti $CH + CB + AH = 2\sqrt{2}\, CA$.
8) In un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, i lati obliqui misurano 2k. Si indichi con M il punto medio di AC e siano H e K le sue proiezioni rispettivamente sulle rette CB e AB. Determinare l'ampiezza di $A\hat{C}B$ per cui $AH^2 + MK^2 = 4k^2$.
9) Si consideri un punto P appartenente ad un quadrante AOB di circonferenza di centro O e raggio r. Si indichi poi con x la misura di $A\hat{O}P$. Detta H la proiezione di P su OA, determinare x in modo che sia verificata la relazione $BP^2 + OH^2 = 7/5\ (PH^2 + OB^2)$.